

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1) ΘΕΩΡΙΑ	2
2) ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	5
2.1. ΤΡΙΓΩΝΑ.....	5
2.1.1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σωστού - Λάθους στα τρίγωνα	5
2.1.2. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σύντομης ανάπτυξης	5
2.2. ΓΩΝΙΕΣ	6
2.2.1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σωστού - Λάθους στις γωνίες	6
2.3. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ.....	6
2.3.1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ σύντομης ανάπτυξης.....	6
2.3.2. Συμπληρώστε τις προτάσεις.....	7
3) ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΕΡΕΤΕ	7
4) ΑΠΟ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ Γεωμετρία Α Λυκείου	8

1) ΘΕΩΡΙΑ

Χρήσιμες οδηγίες για μια τελευταία επανάληψη.

1) Ισχύουν σε ισοσκελές και ισόπλευρο τρίγωνο

Σε ισοσκελές τρίγωνο

- α) οι δύο πλευρές είναι ίσες
- β) οι δύο γωνίες είναι ίσες
- γ) η διάμεσος που αντιστοιχεί στην βάση είναι και ύψος και διχοτόμος.

2) Για να δείξουμε ότι ένα τρίγωνο είναι ισοσκελές, δείχνουμε ένα από τα παρακάτω.

- α) δύο πλευρές του είναι ίσες
- β) δύο γωνίες του είναι ίσες
- γ) μία διάμεσός του είναι και ύψος
- δ) μία διχοτόμος του είναι και ύψος κτλ.

3) Για να δείξουμε ότι ένα τρίγωνο είναι ισόπλευρο δείχνουμε ένα από τα παρακάτω

- α) έχει 3 πλευρές ίσες
- β) έχει 3 γωνίες ίσες
- γ) δύο γωνίες είναι 60 μοίρες
- δ) είναι ισοσκελές και έχει μία γωνία 60 μοιρών κτλ.

4) Για να αντιμετωπίσουμε προβλήματα με κύκλους φέρνουμε κάποια από τις παρακάτω ευθείες.

- α) την διάκεντρό τους
- β) αν οι κύκλοι είναι εφαπτόμενοι την κοινή εφαπτομένη τους στο σημείο επαφής τους
- γ) αν οι κύκλοι είναι τεμνόμενοι την κοινή χορδή τους κλπ.

5) Για να δείξουμε ότι δύο ευθείες είναι παράλληλες δείχνουμε ένα από τα παρακάτω.

- α) Είναι παράλληλες σε τρίτη.
- β) Είναι κάθετες σε τρίτη.
- γ) Σχηματίζουν με τρίτη ευθεία που τις τέμνει τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες , τις εντός και επί τα αυτά γωνίες παραπληρωματικές κτλ.
- δ) Είναι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου.
- ε) Η μία είναι φορέας πλευράς τριγώνου και η άλλη περνά από τα μέσα των δύο άλλων πλευρών του
- στ) Η μία είναι φορέας βάσης τραπεζίου και η άλλη περνά από τα μέσα των μη παραλλήλων πλευρών του.
- ζ) Ισχύει το θεώρημα του Θαλή.

6) Για να βρούμε το μέτρο μίας γωνίας πρέπει να θυμόμαστε τα εξής .

- α) $A+B+\Gamma = 180$,
- β) $A/2+B/2+\Gamma/2= 90$,
- γ) Α εξωτερική γωνία = $B+\Gamma$

7) Για να δείξουμε ότι δύο γωνίες είναι ίσες δείχνουμε ένα από τα παρακάτω

- α) Είναι αντίστοιχες γωνίες ίσων τριγώνων
- β) Είναι συμπληρώματα ή παραπληρώματα ίσων γωνιών
- γ) Είναι κατακορυφήν
- δ) Είναι κατάλληλο ζεύγος σε παράλληλες ευθείες που τέμνονται από ευθεία πχ εντός και εναλλάξ κτλ.
- ε) Είναι οξείες (αμβλείες) με πλευρές κάθετες ή παράλληλες .
- ζ) Είναι απέναντι γωνίες παραλληλογράμμου
- η) Είναι γωνίες βάσης ισοσκελούς τριγώνου ή ισοσκελούς τραπεζίου
- θ) Είναι εγγεγραμμένες ή επίκεντρες που βαίνουν σε ίσα τόξα.

8) Για να δείξουμε ότι μία γωνία είναι ορθή δείχνουμε ένα από τα παρακάτω.

- α) Είναι γωνία τριγώνου στο οποίο το άθροισμα των δύο άλλων γωνιών είναι 90 μοίρες.
- β) Είναι γωνία σε τρίγωνο πού η διάμεσός του είναι ίση με το μισό της απέναντι πλευράς.
- γ) Είναι γωνία παραλληλογράμμου με ίσες διαγωνίους άρα ορθογώνιο.
- δ) Είναι γωνία πού δημιουργείται από τις διχοτόμους δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών.

9) Όταν έχουμε ευθύγραμμο τμήμα πού ενώνει τα μέσα δύο ευθυγράμμων τμημάτων χρησιμοποιούμε ένα από τα παρακάτω θεωρήματα

- α) Το τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο στην Τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.
- β) Η διάμεσος ενός τραπεζίου είναι παράλληλη προς τις βάσεις του και ισούται με το ημίθροισμά τους.
- γ) Το τμήμα που ενώνει τα μέσα των διαγωνίων ενός τραπεζίου είναι παράλληλο στις βάσεις και ισούται με την ημιδιαφορά τους.

10) Στα τρίγωνα και ιδιαίτερα τα ορθογώνια πρέπει να θυμόμαστε τις προτάσεις

- α) Η διάμεσος στην υποτείνουσα ισούται με το μισό της και αντιστρόφως.
- β) Σε ορθογώνιο τρίγωνο απέναντι από γωνία 30 μοιρών η κάθετη πλευρά είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

11) Στα τετράπλευρα

I) Για να δείξουμε ότι ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο δείχνουμε ένα από τα παρακάτω.

- α) Ανά δύο οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες.
- β) Ανά δύο οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.
- γ) Δύο πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες.
- δ) Οι διαγώνιοι διχοτομούνται.
- ε) Ορίζεται από τα μέσα των πλευρών τετραπλεύρου.

II) Για να δείξουμε ότι ένα παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο δείχνουμε ένα από τα παρακάτω.

- α) Έχει μία γωνία ορθή.
- β) Έχει διαγώνιες ίσες.

III) Για να δείξουμε ότι ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος δείχνουμε ένα από τα παρακάτω.

- α) Έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες.
- β) Έχει τις διαγώνιες κάθετες.
- γ) Μία διαγώνιος διχοτομεί μία γωνία του παραλληλογράμμου.

IV) Για να δείξουμε ότι είναι τετράγωνο δείχνουμε ότι είναι ορθογώνιο και ρόμβος.

2) ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

2.1. ΤΡΙΓΩΝΑ

2.1.1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σωστού - Λάθους στα τρίγωνα

- α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία ,τότε είναι
ίσα. Σ. Λ.
- β) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία τότε είναι
ίσα. Σ. Λ.
- γ) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
Σ. Λ.
- δ) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
Σ. Λ.
- ε) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μία γωνία
ίση, τότε είναι ίσα. Σ. Λ.
- δ) Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το μισό της
υποτείνουσας. Σ. Λ.
- ε) Το σημείο τομής των υψών του ορθογωνίου τριγώνου είναι
εσωτερικό του σημείο. Σ. Λ.
- ζ) Δύο ορθογώνια είναι ίσα όταν έχουν ίσες υποτείνουσες. Σ. Λ.

2.1.2. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σύντομης ανάπτυξης

1. Αναφέρατε τα είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες – τις πλευρές.
.....
2. Αναφέρατε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
.....
3. Τι είναι το ορθόκεντρο ενός τριγώνου;
.....
4. Ομοίως το βαρύκεντρο
.....
5. Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου
τμήματος;
.....
6. Ποιά χαρακτηριστική ιδιότητα έχει το ύψος ενός ισοσκελούς
τριγώνου, που αντιστοιχεί στην βάση του ;
.....
7. Ομοίως έχει η διάμεσος του ορθογωνίου που αντιστοιχεί στην
υποτείνουσά του;
.....

2.2. ΓΩΝΙΕΣ

2.2.1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ Σωστού - Λάθους στις γωνίες.

1. Δύο οξείες (αμβλείες) γωνίες με παράλληλες (κάθετες) πλευρές μία προς μία, είναι πάντοτε ίσες. Σ. Λ.
2. Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι μεγαλύτερη κάθε μιάς των απέναντι εσωτερικών γωνιών. Σ. Λ.
3. Η γωνία που σχηματίζουν οι διχοτόμοι των εντός και επί τα αυτά παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από άλλη είναι ορθή. Σ. Λ.
4. Ομοίως των εκτός και επί τα αυτά μέρη. Σ. Λ.

2.3. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ

2.3.1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ σύντομης ανάπτυξης

1) Αν έχουμε μόνο ένα χαρακάκι μπορούμε στηριζόμενοι σε ένα από τα κριτήρια να φτιάξουμε ένα παραλ/μο;

.....
.....
.....

2) Ομοίως ένα ορθογώνιο παραλ/μο

.....
.....
.....

3) Γιατί κάθε διαγώνιος χωρίζει το παραλ/μο σε δύο ίσα τρίγωνα;

.....
.....
.....

4) Αν η μικρότερη διαγώνιος ενός ρόμβου τον χωρίζει σε δύο ισόπλευρα τρίγωνα, να υπολογίσετε τις γωνίες του.

.....
.....
.....

5) Να υπολογίσετε την γωνία των διαγωνίων ενός τετραγώνου καθώς και την γωνία που σχηματίζει μία διαγώνιος με μία πλευρά του.

.....
.....
.....

2.3.2. Συμπληρώστε τις προτάσεις.

- α) Το παραλ/μο που έχει ίσες διαγωνίους λέγεται
- β) Το παραλ/μο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος λέγεται.....
- γ) Στο τετράγωνο οι διαγωνίες έχουν τις παρακάτω ιδιότητες
- i)
 - ii)
 - iii)

3) ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΞΕΡΕΤΕ

2.1. Εξετάστε αν ένα τετράπλευρο είναι ορθογώνιο σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις

- α) έχει δύο γωνίες ορθές
- β) έχει τις διαγωνίους του κάθετες
- γ) είναι παραλ/μο και έχει τις διαγωνίους του ίσες .

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

2.2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και M το μέσο της βάσης $B\Gamma$. Να δείξετε ότι το σημείο M ισαπέχει από τις πλευρές του.

2.3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, AH το ύψος του και Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΔZEH είναι ισοσκελές τραπέζιο.

2.4. Δίνεται το παραλ/μο $AB\Gamma\Delta$ και $AZ, \Gamma E$, κάθετες στην διαγώνιο $B\Delta$. α) Να δείξετε ότι το $AZ\Gamma E$ είναι παραλ/μο β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τμήματα $B\Delta, A\Gamma, ZE$ έχουν το ίδιο μέσο.

2.5. Δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$) με K, Λ τα μέσα των διαγωνίων $B\Delta, A\Gamma$ αντίστοιχα . Αν ισχύει $\Gamma\Delta = AB + \Delta B$, να αποδείξετε ότι α) η $K\Lambda$ είναι ίση με το μισό της ΔB β) Το τρίγωνο $\Delta B\Lambda$ είναι ορθογώνιο.

2.6. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $AB < \Gamma\Delta$, E το μέσον της $B\Gamma$ και τη γωνία B τριπλάσια της γωνίας Γ . Από το E υψώνουμε κάθετη στην $B\Gamma$ και έστω Z το σημείο που τέμνει την $\Gamma\Delta$ τότε α) Να υπολογίσετε τις γωνίες B και Γ . β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $BZ\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

2.7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και Δ το μέσον της $B\Gamma$. Από το Δ φέρνουμε παράλληλες, στην AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο Z και προς την $A\Gamma$ που τέμνει την AB στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι α) Τα τρίγωνα $BE\Delta$ και $\Delta Z\Gamma$ είναι ίσα και ισοσκελή β) Η $A\Delta$ είναι κάθετη στην EZ .

2.8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία A ορθή και Δ τυχαίο σημείο της AB . Αν M, N, P είναι τα μέσα των $B\Gamma$, $B\Delta$, και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα Να αποδείξετε ότι α) Το $MN\Delta P$ είναι παραλ/μο β) $AP = P\Delta$ γ) Το $MNAP$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

2.9. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με A γωνία ορθή φέρνουμε το ύψος $A\Delta$ και την διχοτόμο BZ που τέμνονται στο σημείο E .

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές
- Αν η B γωνία είναι 60 μοίρες και K το μέσο του AE .
- Να δείξετε ότι E μέσο του BZ
- $\Delta E = \frac{1}{2} EB$
- Το ΔBKZ είναι παρ/μο.

4) ΑΠΟ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ Γεωμετρία Α Λυκείου

Σελίδα 57	Άσκηση	8
Σελίδα 87	Αποδεικτικές	3, 4, 5
Σελίδα 103	Εμπέδωσης	4, 6
Σελίδα 111	Εμπ/σης	1, 3, 4, 7
Σελίδα 111	Αποδ/κές	4, 6, 10
Σελίδα 115	Εμπ/σης	3, 4, 5
Σελίδα 115	Αποδ/κές	4, 6